

微弱信号检测的变尺度 Duffing 振子方法

行鸿彦^{1,2}, 吴 慧^{1,2}, 刘 刚^{1,2}

(1. 南京信息工程大学气象灾害预报预警与评估协同创新中心, 江苏南京 210044;
2. 南京信息工程大学, 江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 江苏南京 210044)

摘 要: 针对强噪声背景下微弱信号检测问题, 本文把互补集总经验模式分解(CEEMD)方法和变尺度 Duffing 振子结合, 提出了一种新的微弱信号检测方法. 利用 CEEMD 将复杂含噪信号分解为不同的固有模式函数(IMF), 通过 Duffing 系统分岔图及其变化找到相轨迹变化的临界阈值, 实现含噪信号的信息检测. 结果表明, 本文所提方法不仅可以很好地免疫噪声, 而且能有效检测出信噪比低至 -73dB 的多频率周期信号.

关键词: 微弱信号检测; 混沌; 分岔图; 互补集总经验模式分解方法

中图分类号: TM93 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)04-0734-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.04.015

Variable-Scale Duffing Oscillator Method for Weak Signal Detection

XING Hong-yan^{1,2}, WU Hui^{1,2}, LIU Gang^{1,2}

(1. Collaborative Innovation Center for Meteorological Disaster Prediction and Evaluation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of Meteorological Detection and Information Processing, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China)

Abstract: Aiming at the weak signal detection problem under strong noise background, the weak signal detection principle based on Duffing oscillator is analyzed. Combining the complementary ensemble empirical mode decomposition (CEEMD) method with the variable-scale Duffing oscillator, a new weak signal detection method is proposed. The complex noisy signal is decomposed into different intrinsic mode functions(IMF) by using CEEMD. Through the Duffing system bifurcation diagram and its changes, the critical threshold of the phase trajectory change is found, and the information detection of the noisy signal is realized. The results show that the joint detection method can not only immune noise well, but also effectively detect multi-frequency periodic signals with signal-to-noise ratio as low as -73dB .

Key words: weak signal detection; chaos; bifurcation diagram; complementary ensemble empirical mode decomposition

1 引言

在强噪声背景下检测微弱信号一直是信号检测领域的热点和难点. 传统上微弱信号检测方法基于线性稳定系统滤除噪声, 但这种方法易损害有用信号^[1]. 而以混沌理论为核心的非线性科学的发展, 为微弱信号检测提供了新的思路. 混沌信号检测方法较传统信号检测方法具有独特的优势, 其具有良好的噪声免疫特性, 并且能在极低的信噪比下检测出微弱信号^[2].

有关利用混沌信号进行微弱信号检测的研究已经

发展了数十年, 当前已经成为信号检测领域研究的热点和难点. 混沌信号检测的研究成果广泛的应用于物理、机械、水声探测、地质勘探等方面, 毛健美^[3]等人提出将混沌序列用于飞机多根电缆故障在线同步诊断的新方法, 解决了传统的扩展频谱时域反射法干扰大, 易误判, m 序列数量有限等问题, 实验证明该方法定位误差小, 检测率高. 目前, 国内外学者利用混沌振子进行微弱信号检测主要采用二阶 Duffing 系统, 利用 Duffing 振子相轨迹从混沌态到大尺度周期态的跃迁作为微弱信

收稿日期: 2018-10-08; 修回日期: 2019-04-19; 责任编辑: 孙瑶

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61671248); 国家重点研发计划(No. 2018YFC1506102); 江苏省重点研发计划(No. BE2018719); 江苏省“信息与通信工程”优势学科计划

号检测的判据^[4],但该方法存在一个突出问题:系统相变的临界阈值仅靠人眼识别,准确性较差,且当加入待测信号时,需要调节参数使系统逆向相变,通过策动力阈值之差得到待测信号幅值,工作量较大.王慧武^[5]等人利用类 Halmition 系统检测统计量作为系统相变的判据,从而取代传统的观察相图法,新方法减少了人眼观察相图的主观性,但由于其幅值检测仍采用传统的系统相变法,文中以 0.001 为间隔计算检测统计量,工作量大,不适合理论推广和实际应用.而分岔图可以很明晰的表现出系统状态随某个参数的变化情况,通过加入待测信号前后分岔图的变化,可以精确地计算出待测信号的幅值.

Duffing 系统仅能检测单一周期信号,而工程信号通常含有多个周期信号,关贞珍^[6]等人利用经验模态分解(EMD)对原始轴承振动信号进行分解,找到包含故障信息的固有模态函数,将 IMF 信号输入 Duffing 系统中进行微弱信号检测,该方法成功检测出齿轮箱故障信息,但其采用的 EMD 方法存在模式混合问题,检测结果成功率较低.张刚^[7]等人利用小波阈值去噪法和经验模态分解法对信号进行降噪处理,该方法提高了检测有效性,但小波阈值去噪后易出现伪吉布斯现象,并且难以选择合理的阈值,不适合实际的推广应用,并且 EMD 方法存在误差较大,模式混合等问题,明显影响检测结果的准确性.EMD^[8]方法由美籍华人黄锬教授于 1998 年提出,在过去的十几年中,EMD 方法已经获得了长足的发展和改进.EMD 的改进型方法 CEEMD 不仅能处理非线性非平稳信号,而且有效解决了 EMD 的模式混合问题.

本文以二阶变尺度 Duffing 系统为基础建立检测模型,利用 CEEMD 方法将含有多个周期分量的含噪信号分解成一个个从高频到低频的固有模态函数,通过 Duffing 系统分岔图找到 Duffing 振子相轨迹变化的临界阈值,并将 Duffing 振子激励频率设定为各个固有模态函数特征频率,分别将不同的固有模态函数信号送入 Duffing 振子,通过混沌系统分岔图的变化来检测含噪信号包含的信息,解决复杂多频率含噪信号难以检测问题,实验验证结合 CEEMD 和变尺度 Duffing 振子方法的可行性.

2 互补集总经验模式分解(CEEMD)方法

研究表明虽然 Duffing 系统具有良好的噪声免疫性,但只能检测出高于其信噪比门限的信号,并且在背景噪声功率较低时才能有较好的微弱信号检测效果,因此在强噪声背景下,Duffing 系统检测性能较差^[9].并且 Duffing 振子仅能检测单一频率的周期信号,而实际工程信号通常含有多个周期成分,因此在将含噪信号

送入 Duffing 系统前,先进行该信号的 CEEMD 分解预处理^[10],将复杂多频信号分解成从高频到低频排列的一个个 IMF 分量,分别形成单一频率周期信号,再通过 Duffing 系统将周期信号参数检测出来;同时,CEEMD 分解也可以滤除一部分的噪声信号.

2.1 互补集总经验模式分解方法原理

CEEMD 方法^[11]是对 EMD、EEMD 方法的改进,解决了 EMD 方法存在的误差较大,模式混合等问题,克服了 EEMD 存在残留噪声,降噪过程耗时长的缺点. CEEMD 的主要思路是^[12]:在对含噪信号 $x(t)$ 做 EEMD 分解时,令集总平均的次数为 L ,对 $x(t)$ 第 i 次施加噪声后,有

$$x_i^+(t) = x(t) + u_i(t), i = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

再令 $x(t)$ 减去 $u_i(t)$, 得到

$$x_i^-(t) = x(t) - u_i(t), i = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

对 $x_i^+(t)$ 和 $x_i^-(t)$ 分别做 EEMD, 各得到一组 IMF, 分别记之为 IMF_i^+ 和 IMF_i^- , $i = 1, 2, \dots, L$, 令

$$IMF_i = [IMF_i^+ + IMF_i^-] / 2 \quad (3)$$

对 IMF_i 求集总平均, 即

$$IMF = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L IMF_i \quad (4)$$

式中:IMF 是 $x(t)$ 进行 CEEMD 分解后得到的固有模式函数, 一般情况下, 它有 $M = \log_2 N - 1$ 个分量, 即 $c_1(t)$, $c_2(t)$, \dots , $c_M(t)$. 变量 N 是 $x(t)$ 离散化后的长度. 在做集总平均时, 对 $x(t)$ 分别施加了相同的, 但符号相反白噪声, 因此在使用式(3)将 IMF_i^+ 和 IMF_i^- 相加后残留在 IMF_i 中的噪声基本相互抵消, 从而使得 IMF 分量 $c_1(t)$, $c_2(t)$, \dots , $c_M(t)$ 中的噪声也基本抵消.

2.2 CEEMD 与 EMD 方法检测性能对比分析

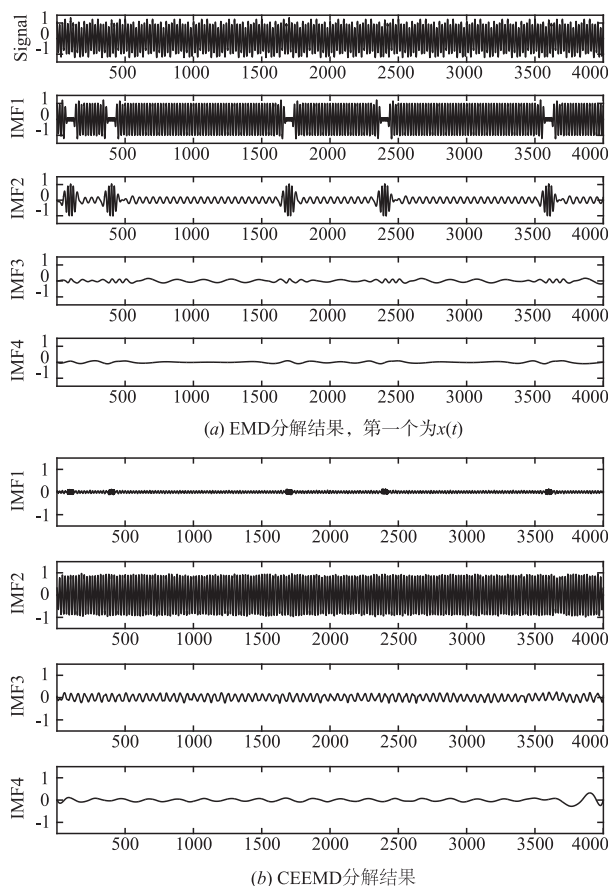
EMD 方法于 1998 年提出, 由于其高效自适应分解非线性、非平稳信号的能力, EMD 降噪方法得到了广泛应用^[13]. 然后, 由于 EMD 方法存在误差较大, 模式混合等问题, 明显影响检测结果的准确性, 因此本文采取其改进型方法 CEEMD 进行微弱信号检测, 下面通过仿真实验将 CEEMD 与 EMD 方法检测性能进行对比分析.

设待测信号 $x(t)$ 由三个幅值、频率、相位都不同的正弦信号和一个振荡信号 $v(t)$ 组成, 背景白噪声 $n(t)$ 功率为 0.1, 则

$$x(t) = \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 0.2 \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 0.1 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + v(t) + n(t) \quad (5)$$

对待测信号 $x(t)$ 进行 EMD 分解, 如图 1(a) 所示; 对待测信号 $x(t)$ 进行 CEEMD 分解, 如图 1(b) 所示.

由图 1(a) 看出, 第一个正弦分量 IMF1 的很多部分被振荡信号 $v(t)$ 所取代, 而 IMF1 中被取代的部分移到

图1 信号 $x(t)$ 分解结果

了 IMF2 的相应位置,从而这两个 IMF 分量都产生了模式混合问题,因此 IMF1、IMF2 不能代表相应的正弦信号分量,仿真结果证明了 EMD 方法的缺点. 而由图 1 (b)可以看出,CEEMD 方法解决了 EMD 方法产生的模式混合问题,将复杂含噪信号 $x(t)$ 的四个分量成功的分解出来了,为之后的 Duffing 振子微弱信号检测做好了降噪以及信号分解的准备.

3 Duffing 振子混沌检测特性分析

3.1 改进型 Duffing 系统模型

改进型 Holmes-Duffing 振子系统方程^[14]为:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -ky + x - x^3 + A\cos\omega t \end{cases} \quad (6)$$

其中: k 为阻尼比, $x - x^3$ 是非线性恢复力, $A\cos\omega t$ 为周期策动力, A 为策动力幅值, ω 为策动力频率. 由于系统中非线性恢复力的存在,Duffing 振子具有复杂的非线性动力学特性,是混沌信号检测常用模型之一.

3.2 噪声对 Duffing 振子检测性能的影响

利用 Duffing 振子进行微弱信号检测,当不考虑外界噪声的影响时,系统的混沌状态和大尺度周期态都是平滑的. 实际的信号检测中,噪声是不可避免的. 因此,将均

值为零的色噪声 $n(t)$ 输入混沌系统,分析其对振子检测性能的影响,则 Holmes-Duffing 振子系统方程写为:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -ky + x - x^3 + A\cos\omega t + n(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中 $n(t)$ 为色噪声,且 $E\{n(t)\} = 0$, 设 $\Delta x(t)$ 为噪声对 $x(t)$ 的扰动,则振子方程改为:

$$\begin{aligned} (\ddot{x} + \Delta\ddot{x}) + k(\dot{x} + \Delta\dot{x}) - (x + \Delta x) + (x + \Delta x)^3 \\ = A\cos\omega t + n(t) \end{aligned} \quad (8)$$

进而得到:

$$\Delta\ddot{x} + k\Delta\dot{x} - \Delta x + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3 = n(t) \quad (9)$$

扰动 $\Delta x(t)$ 很小,因此,可以将 $\Delta x(t)$ 的高阶无穷小忽略不计,令 $b(t) = 1 - 3x^2$,得到:

$$\Delta\ddot{x} + k\Delta\dot{x} - b(t)\Delta x = n(t) \quad (10)$$

将式(9)改为矢量方程形式:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \dot{x}(t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b(t) & -k \end{bmatrix}$, $\mathbf{N}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ n(t) \end{bmatrix}$, 则

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, u)\mathbf{N}(u)du \quad (12)$$

其中, Φ 是系统的状态转移矩阵, $\Phi(t, t_0)\mathbf{X}_0$ 为暂态解, 随着时间变化将很快衰减为零,因此忽略该解,得到

$$\mathbf{X}(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, u)\mathbf{N}(u)du \quad (13)$$

求得 $\mathbf{X}(t)$ 的均值为:

$$E\{\mathbf{X}(t)\} = \int_{t_0}^t \Phi(t, u)E\{\mathbf{N}(u)\}du = 0 \quad (14)$$

求得 $\mathbf{X}(t)$ 的均方差为:

$$D\{\mathbf{X}(t)\} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^T(t)\} = \Gamma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(t, t) \quad (15)$$

其中, $\Gamma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(t, t)$ 是噪声的自相关函数, 由于 $\Gamma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(t, t) = \Gamma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(t + nT, t + nT)$, 此过程为循环平衡过程, 证明噪声对 Duffing 振子相轨迹没有产生根本影响, 只是将振子相轨迹外围变得粗糙, 并不影响其检测性能. 该推导不涉及噪声分布问题, 因此该结论对零均值的白噪声和色噪声同样适用.

3.3 Duffing 振子检测特性分析

混沌系统具有对初始状态的极度敏感性, 即对混沌振子施加极小的扰动, 混沌相轨迹随着时间的演化将会以指数发散的速度变化^[15]. 混沌系统对初始状态的敏感性等价于对策动力幅值 A 的敏感性^[16]. 采用四阶龙格-库塔 (ODE45) 算法进行常微分方程的数值求解, 设置方程参数 $k = 0.5$, 初始状态 $\dot{x}(0) = x(0) = 0$, 扫描时间 $t = 10000\text{s}$, 步长为 0.1s , 扫描点数为扫描时间除以步长, 扫描点数为 100000 , 相轨迹从 50000 点以后开始显示. 固定其他参数不变, 仅改变策动力幅值 A , 当

A 增加超过临界阈值 A_d , 系统相轨迹实现混沌态到周期态的跃迁. 如图 2(a) 所示, 当策动力幅值 $A = 0.8259$ 时, Duffing 系统处于混沌态; 将策动力幅值微调至 $A = 0.8260$ 时, Duffing 系统跃迁至大尺度周期态, 如图 2(b) 所示; 而当输入功率为 0.1 的高强度高斯白噪声时, 如图 2(c) 所示, 相轨迹的外围变得粗糙, 但 Duffing 系统仍保持混沌态, 并且具有良好的动态响应特性; 输入功率为 0.1 的色噪声时, 相轨迹有细微的变化, 但仍保持混沌态, 如图 2(d) 所示. 可以看出, Duffing 振子不仅对微弱信号具有极端的敏感性, 并且对高于其信噪比门限的信号具有良好的噪声免疫特性.

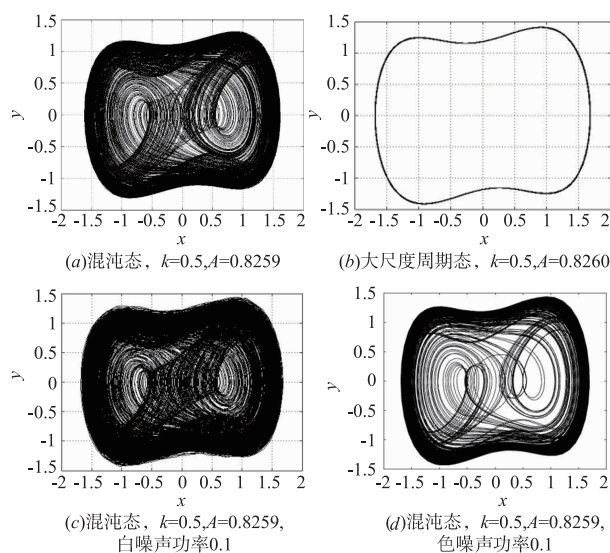


图2 混沌态到大尺度周期态的跃迁

虽然传统上利用 Duffing 振子可以在强噪声背景中检测出微弱周期信号, 但仍然存在一些缺陷. Duffing 系统的临界阈值 A_d 具有多变性, 由阻尼比 k 、初始状态 $x(0)$ 、 $\dot{x}(0)$ 、策动力幅值、策动力角频率以及四阶龙格-库塔法的计算步长等多个参数共同决定, 改变其中任何一个参数都会改变临界阈值 A_d ; Duffing 振子只能检测单一的周期信号或脉冲信号, 当待测信号混合了多频率的周期信号和振荡信号, Duffing 振子难以分离复杂信号, 更不能提取出信号的有效参数; Duffing 系统只有在策动力为低频时具有良好的检测效果与动态响应特性^[17], 虽然 Duffing 系统具有良好的噪声免疫性能, 并且具有极低的信噪比门限, 但是只能在背景噪声功率较低时才能有较好的微弱信号检测效果, 然而实际的工程应用中往往包含高功率噪声, 限制了 Duffing 系统的实际应用.

4 变尺度 Duffing 振子检测原理研究

4.1 变尺度 Duffing 系统模型

为了适应测量不同的待测频率 ω , 对时间 t 进行尺

度变换, 令 $t = \omega\tau$, 则有

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{dx}{d\tau}$$

同理有

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{d^2x}{d\tau^2}$$

方程(6)经时间尺度变换后为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = \omega \cdot (-ky + x - x^3 + A\cos\omega t) \end{cases} \quad (16)$$

变换后方程(16)的检测特性和方程(6)是一致的, 但是策动力频率由 1rad/s 扩展成了 ω rad/s, 因而可以自适应地根据待测信号的频率改变策动力频率, 克服了 Duffing 系统只能检测与策动力频率相近周期信号的限制^[16].

4.2 变尺度 Duffing 振子混沌检测阈值点分析

当系统参数变化时, 通过分岔图可以明晰的表现出系统状态的变化情况. 为了方便分析变尺度 Duffing 系统策动力频率 ω 和系统阈值 A_d 的关系, 默认策动力相位角为 0, 改变 ω 值, 得到的 Duffing 振子分岔图, 如图 3 所示.

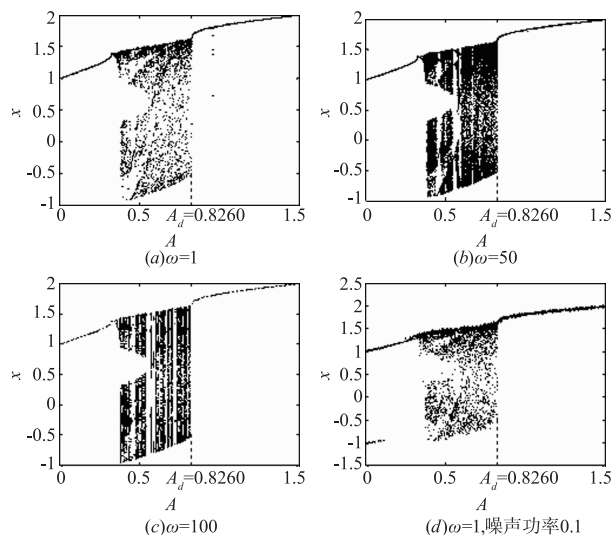


图3 Duffing振子分岔图

由图 3(a) ~ (c) 分岔图看出, 策动力频率的改变对分岔图的轨迹没有产生影响, 系统的阈值 A_d 也一直保持不变. 由分岔图可见, 随着策动力幅值 A 在 0 ~ 1.5 之间变化, Duffing 振子相轨迹由大尺度周期状态转变为混沌态, 再由混沌态跃迁为大尺度周期状态, 系统临界阈值 $A_d = 0.8260$. 对比图 3(a) 和图 3(d) 可知, 虽然噪声的加入扰动了分岔图的轨迹, 但阈值点并没有改变, 不影响系统实际的检测性能. 因此, 变尺度 Duffing 振子通过改变策动力频率就能检测任意频率的待测信号.

4.3 待测信号相位对 Duffing 振子检测的影响

在以往的研究中, 总是默认待测信号 $s(t)$ 初始相

位与策动力信号初始相位同为 $0^{[18]}$,而实际的工程信号中几乎不存在初始相位正好为 0 的信号,并且相位是信号的重要特征之一,因此研究待测信号相位对 Duffing 振子检测的影响是很有必要的.

将待测信号 $s(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ 和高斯白噪声 $n(t)$ 加入 Duffing 振子方程(16),得:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = \omega \cdot (-ky + x - x^3 + A\cos\omega t + s(t) + n(t)) \end{cases} \quad (17)$$

式中总策动力为

$$\begin{aligned} B(t) &= A\cos\omega t + a\cos(\omega t + \varphi) \\ A\cos\omega t + a\cos(\omega t + \varphi) &= A\cos\omega t + a\cos\omega t \cdot \cos\varphi - a\sin\omega t \cdot \sin\varphi \\ &= (A + a\cos\varphi) \cdot \cos\omega t - a\sin\varphi \cdot \sin\omega t \\ &= C(t) \cdot \cos(\omega t + \theta(t)) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $C(t) = \sqrt{A^2 + a^2 + 2Aa\cos\varphi}$, $\theta(t) = \arctan \frac{a\sin\varphi}{A + a\cos\varphi}$.

由式(18)可以看出,随着 φ 在区间 $(-\pi, \pi)$ 之间变化,总策动力的幅值 $C(t)$ 周期性地在 $(A - a, A + a)$ 区间内变化;当 $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $C(t)$ 在 $(A, A + a)$ 区间内变化,此时混沌振子由混沌态跃迁至周期态,可以有效检测出微弱信号;而当 $\varphi \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 时, $C(t)$ 在 $(A - a, A)$ 区间内变化,此时没有达到状态转换阈值,混沌振子保持混沌态,不能检测出待测微弱信号.因此待测信号的相位决定了微弱信号输入 Duffing 系统后分岔图阈值的增大或减小,而待测信号的相位必须满足 $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的范围条件才能被检测出来,检测概率仅有 50%,检测效率太低.

为了消除待测信号相位对 Duffing 系统检测性能的影响,将总策动力中待测信号的符号反相,即改为 $B(t) = A\cos\omega t - a\cos(\omega t + \varphi)$,此时变尺度 Duffing 振子方程(17)改为

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = \omega \cdot (-ky + x - x^3 + A\cos\omega t - s(t) + n(t)) \end{cases} \quad (19)$$

此时,当 $\varphi \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 时, $C(t)$ 在 $(A, A + a)$ 区间内变化,相轨迹跃迁至周期态,可以有效检测出微弱信号.

因此,将待测信号 $s(t)$ 分别输入混沌振子式(17)和式(19),由这两个混沌方程可检测到的微弱信号相位 φ 的范围为 $[-\pi, \pi]$ 的整个区间.因此对这两个方程进行仿真分析,只要其中一个混沌振子发生相轨迹的突变,就可以证明待测信号中含有微弱周期信号.

4.4 分岔图法检测待测信号幅值

传统的混沌相轨迹图法按照如下步骤执行^[19]:将混

沌系统策动力频率设置为待测信号频率,将策动力幅值 A 设置为临界阈值 A_d ($A_d = 0.8259$),使系统相轨迹处于混沌临界状态,如图 2(a) 所示,再引入待测信号,系统相轨迹跃迁为大尺度周期状态,如图 2(b) 所示,进而调节策动力幅值 A ,以 0.0001 为间隔依次仿真出 Duffing 振子相轨迹,直到使得相轨迹重新转变为混沌态,如图 2(c) 所示,记下此时的策动力幅值 A'_d ,待测信号幅值即为 $a = A_d - A'_d$,当检测 1mv 的微弱正弦信号时,该检测过程通过至少 10 次仿真才能检测出待测微弱信号幅值.可以看出,该方法虽然可以有效检测出信号幅值,但是调节策动力幅值的过程非常地细致耗时,而且通过相轨迹变化得到的阈值 A_d 只是一个接近阈值的点,具有不准确性.

为了提高混沌信号检测的效率和准确性,采用分岔图法进行待测信号幅值及相位的检测.与混沌相轨迹图法检测幅值的方法相比较,分岔图法可以更精确便捷地检测微弱周期信号的幅值,如图 4 所示.图 4(a) 是不加入待测微弱信号时的分岔图,此时的阈值 $A_d = 0.8260$;图 4(b) 加入幅值为 0.5 的周期信号,从分岔图可以看出,阈值 A_d 从 0.8260 变为 0.3260,阈值之差就是周期信号的幅值大小;图 4(c) 加入幅值为 0.1 的周期信号,阈值也相应的减少 0.1, A_d 从 0.8260 变为 0.7260;图 4(d) 加入幅值为 0.0001 的周期信号,阈值 A_d 从 0.8260 变为 0.8259.由图 4(a) ~ (d) 的仿真分析可知,加入周期信号前后分岔图阈值之差即为该待测信号的幅值.

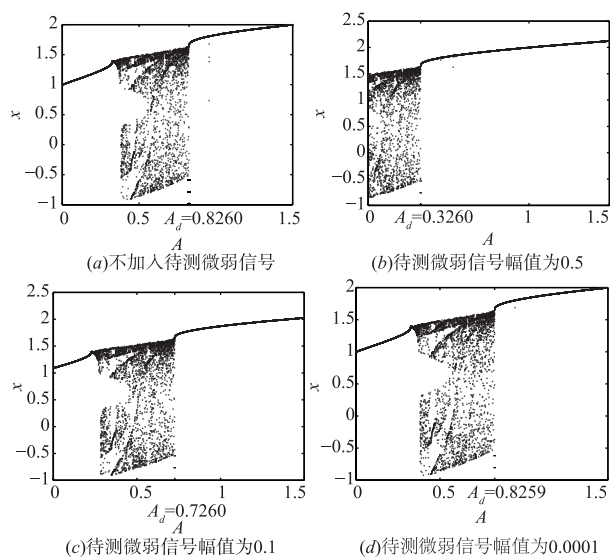


图4 分岔图法微弱信号检测

5 仿真实验研究

为验证上述方法的检测性能,选取输入信号:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) + v(t)$$

其中:

$$s_1(t) = 0.0001\cos(10t + 0.2\pi),$$

$$\begin{aligned} s_2(t) &= 0.0006\cos(100t + 0.7\pi), \\ s_3(t) &= 0.0003\cos(60t + 1.6\pi), \end{aligned}$$

由于实际物理信号的复杂性,不可能存在简单的正弦信号,因此在输入信号 $s(t)$ 中加入间歇振荡信号 $v(t)$, 设置高斯白噪声功率为 0.1, 采样频率为 200Hz, 采样点数为 4000.

5.1 多频率周期微弱信号的 CEEMD 分解与降噪预处理

对混合多频率信号 $s(t)$ 进行 CEEMD 分解, 分解后有 8 个固有模式函数, 去除噪声信号分量和残余分量, 仅取四个有实际物理意义的 IMF 分量, 如图 5 所示.

由图 5 可以看出, IMF1 为间歇振荡信号, IMF2 ~ IMF4 分别为从高频到低频排列的三个正弦信号. 经过 CEEMD 分解后, 混合多频率周期信号 $s(t)$ 分解成四个尺度不同的信号, 虽然 CEEMD 分解重构可以去除一定的噪声, 但是从图中可以看出各个 IMF 分量仍混杂噪声, IMF2 ~ IMF4 三个周期分量难以确定其信号参数. 将 IMF2 ~ IMF4 分别输入到 Duffing 振子中, 通过混沌检测法检测出各分量的幅值、频率等参数.

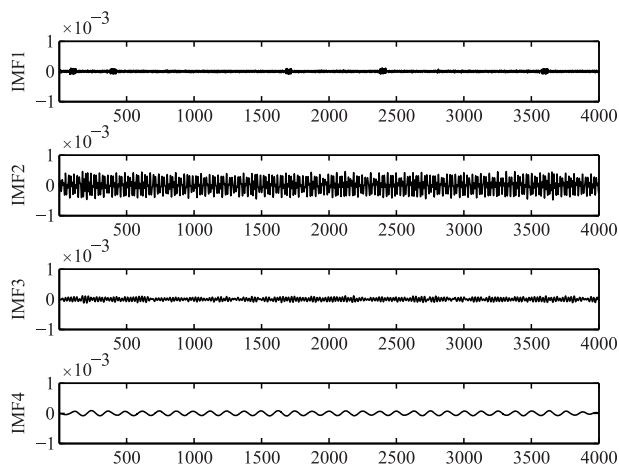


图5 CEEMD分解后的信号

5.2 变尺度 Duffing 振子检测微弱信号幅值

设置 Duffing 系统参数, 阻尼比为 $k=0.5$, 策动力幅值为 $A=0.826$, 初始状态 $x(0) = \dot{x}(0) = 0$, 高斯白噪声功率为 0.1. 使用四阶龙格库塔 (ODE45) 方法进行求解, 当检测角频率为 10rad/s 的 $s_1(t)$ 时, 设置采样频率 $f_s=1000$ Hz, 计算点数为 200000, 为确保系统稳定性, 从第 50000 个点开始绘制相轨迹图; 而当检测角频率分别为 60rad/s 和 100rad/s 的 $s_2(t)$ 和 $s_3(t)$ 时, 设置采样频率 $f_s=1000$ Hz, 计算点数为 20000, 从第 10000 个点开始绘制相轨迹图. 将 IMF2 ~ IMF4 分别作为外部激励输入到三个 Duffing 振子中, 得到系统相轨迹图, 如图 6 所示. 从图中可以看出, 由于 $s_1(t)$ 和 $s_3(t)$ 初始相位处于

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 区间, 图 6(b) 和图 6(c) 为大尺度周期态, 而

$s_2(t)$ 相位处于 $\left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 区间, 图 6(a) 为混沌态, 由 4.3 节中待测信号相位对 Duffing 振子检测影响的分析, 将 $s_2(t)$ 输入混沌振子式 (9), 得到系统相轨迹图, 如图 7 所示, 混沌系统处于周期态, 因此可以验证 IMF2 ~ IMF4 均包含微弱周期信号. 与图 2(b) 的周期态相比, 由于受到待测信号中相位、噪声等参数影响, IMF2 ~ IMF4 输入系统后呈现的周期态轨迹较为粗糙, 但是和图 2(a) 混沌态呈现出鲜明的对比, 证明了微弱周期信号的存在.

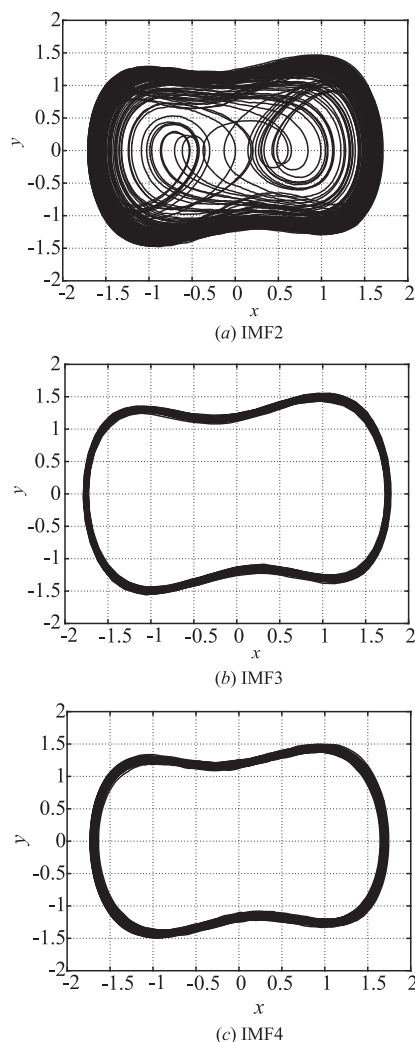


图6 IMF2~IMF4输入系统(7)后相轨迹图

为了进一步检测各个 IMF 周期分量的幅值, 分别将 IMF2 ~ IMF4 输入 Duffing 振子后, 仿真其分岔图, 通过分岔图呈现出的阈值的差值计算周期信号的幅值, 为了更加精确的得到阈值, 将策动力幅值范围缩小至 $[0.82, 0.83]$, 如图 8 所示.

由图 8 可以得出, 加入 IMF2 后阈值点 $A_d =$

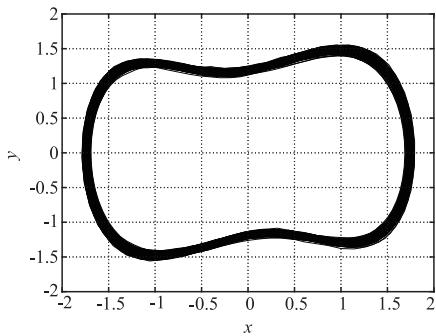


图7 IMF2输入系统(9)后相轨迹图

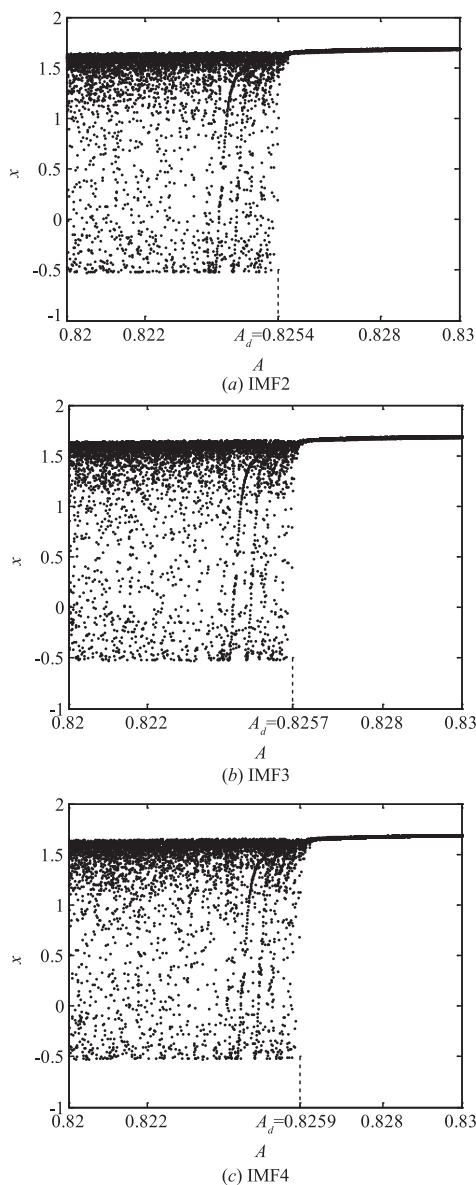


图8 多频率周期信号检测结果

0.8254, 加入 IMF3 后阈值点 $A_d = 0.8257$, 加入 IMF4 后阈值点 $A_d = 0.8259$, 而不加入待测信号时的阈值点 $A_d = 0.8260$. 根据 3.4 节分析可知, 加入周期信号前后分

岔图阈值之差即为该待测信号的幅值, 计算得出 IMF2 幅值为 0.0006, IMF3 幅值为 0.0003, IMF4 幅值为 0.0001, 计算此时的信噪比:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= 10 \lg \frac{\text{Signal power}}{\text{Noise power}} \\ &= 10 \lg \frac{0.5 * 0.0001^2}{0.1} \\ &= -73.01 \text{ dB} \end{aligned}$$

实验表明, 检测结果和实际的输入信号一致, 验证了结合 CEEMD 和变尺度 Duffing 振子的微弱信号检测方法的正确性, 该检测方法不仅可以很好地免疫噪声, 而且可以有效检测出信噪比低至 -73dB 的多频率周期信号.

为了验证本文方法相对于其他相关方法的优越性, 参考扩展型 Duffing 振子方法^[17]以及 EMD_Duffing 振子混合测量方法^[6]相应文献里的数据和方法, 通过 60 次仿真实验, 分别在白噪声和色噪声背景下, 将扩展型 Duffing 振子方法、EMD_Duffing 振子混合测量方法、CEEMD_变尺度 Duffing 振子混合测量方法这三种方法的平均信噪比门限进行对比, 如表 1 所示.

表 1 不同测量方法在不同噪声背景下的信噪比门限

测量方法	信号幅值/V	输入信噪比平均值	
		高斯白噪声	色噪声
扩展型 Duffing 振子方法	0.020	-40dB	-37dB
EMD_Duffing 振子混合测量方法	0.0001	-65dB	-62dB
CEEMD_变尺度 Duffing 振子混合测量方法	0.0001	-73dB	-69dB

观察表 1 可知, 在高斯白噪声背景下, CEEMD Duffing 振子混合测量方法的检测信噪比低至 -73dB , 而在色噪声背景下, 其检测信噪比可达 -69dB . 相比于单独采用 Duffing 振子方法和 EMD Duffing 振子混合测量方法, CEEMD Duffing 振子混合测量方法能在更低的信噪比下检测出微弱信号.

6 结论

在传统的基于混沌系统的微弱信号检测基础上, 提出了将 CEEMD 和变尺度 Duffing 振子相结合的微弱信号检测方法. 利用 CEEMD 将一个复杂的含噪信号分解为不同的固有模态函数, 通过 Duffing 系统分岔图找到 Duffing 振子相轨迹从混沌态跃迁到周期态的临界阈值, 将 Duffing 振子激励频率设定为各个固有模态函数特征频率, 通过混沌振子分岔图的变化来检测含噪信号包含的信息, 克服了传统 Duffing 系统只能检测单一频率的周期信号的限制. 仿真结果表明, 该检测方法不

仅可以很好地免疫噪声,而且可以有效检测出信噪比低至 -73dB 的多频率周期信号.

本文扩展了 Duffing 振子的微弱信号检测范围,提高了系统检测的效率和准确性,降低了微弱信号检测的信噪比门限,适用于工程信号的检测.本方法有待在实际应用中不断发展和完善,还有很大提升空间.因此,在实际应用中,可以按照不同工程信号的特性对本方法进行调,和小波阈值去噪、深度学习目标检测算法等方法相结合,达到最优的检测效果.

参考文献

- [1] 孙伟峰,彭玉华.一种改进的非局部平均去噪方法[J].电子学报,2010,38(4):923-928.
SUN Wei-feng, PENG Yu-hua. An improved non-local means de-noising approach[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(4):923-928. (in Chinese)
- [2] 魏恒东,甘露,李立萍.基于哈密顿量的 Duffing 振子微弱信号检测[J].电子科技大学学报,2012,41(2):203-207.
WEI Heng-dong, GAN Lu, LI Li-ping. Weak signal detection by duffing oscillator based on Hamiltonian[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2012, 41(2):203-207. (in Chinese)
- [3] 毛健美,王莉,胡苏阳,等.混沌扩频多根电缆故障在线同步诊断研究[J].电子学报,2018,46(7):1625-1632.
MAO Jian-mei, WANG Li, HU Su-yang, et al. Research on synchronous online diagnosis of multiple cable faults based on chaotic spread spectrum sequence[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(7):1625-1632. (in Chinese)
- [4] 胡文静,刘志珍,厉志辉.用于微弱信号检测的改进 Duffing 混沌电路性能分析[J].电机与控制学报,2011,15(9):80-85.
HU Wen-jing, LIU Zhi-zheng, LI Zhi-hui. Weak signal detection performance of improved Duffing circuit[J]. Electric Machines and Control, 2011, 15(9):80-85. (in Chinese)
- [5] 王慧武,丛超.一种基于 Duffing 系统的信号检测与参数估计新方法[J].电子学报,2016,44(6):1450-1457.
WANG Hui-wu, CONG Chao. A new signal detection and estimation method by using duffing system[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(6):1450-1457. (in Chinese)
- [6] 关贞珍,郑海起,杨云涛,等.基于经验模态分解和 Duffing 振子的轴承故障诊断[J].农业机械学报,2010,41(9):214-217.
GUAN Zhen-zhen, ZHENG Hai-qi, YANG Yun-tao, et al. Fault diagnosis of bearing based on EMD and duffing oscillator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(9):214-217. (in Chinese)
- [7] 张刚,李红威.小波-EMD 和随机共振级联微弱信号检测[J].电子测量与仪器学报,2018,32(1):57-65.
ZHANG Gang, LI Hong-wei. Wavelet-EMD and stochastic resonance cascade weak signal detection[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(1):57-65. (in Chinese)
- [8] 韩建群,石旭东.基于 EMD 航空发电机定子绕组故障检测方法[J].国外电子测量技术,2016,35(10):34-37+49.
HAN Jian-qun, SHI Xu-dong. Detection method for the internal stator winding fault in aircraft based on EMD[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(10):34-37+49. (in Chinese)
- [9] 王永生,杜文超,安昕,等.驱动输入白噪声对 Duffing 振子运动影响分析[J].振动与冲击,2007,(3):131-134+164.
WANG Yong-sheng, DU Wen-chao, AN Xing, et al. Analysis of drive input white noise-effect on movement of a duffing oscillator[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, (3):131-134+164. (in Chinese)
- [10] 行鸿彦,朱清清.基于集成经验模态分解的海杂波去噪[J].电子学报,2016,44(1):1-7.
XING Hong-yan, ZHU Qing-qing. The sea clutter de-noising based on ensemble empirical mode decomposition[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(1):1-7. (in Chinese)
- [11] 赵迎,乐友喜,黄健良,等.CEEMD 与小波变换联合去噪方法研究[J].地球物理学进展,2015,30(6):2870-2877.
ZHAO Ying, LE You-xi, HUANG Jian-liang, et al. CEEMD and wavelet transform jointed de-noising method[J]. Progress in Geophysics, 2015, 30(6):2870-2877. (in Chinese)
- [12] 张明,曾庆军,眭翔,等.基于 CEEMD 的水下机器人 MEMS 陀螺降噪方法[J].传感技术学报,2014,27(12):1622-1626.
ZHANG Ming, ZENG Qing-jun, GUI Xiang, et al. Denoising method of MEMS Gyro of an underwater vehicle based on CEEMD[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2014, 27(12):1622-1626. (in Chinese)
- [13] 张强,行鸿彦.基于 EMD 方差特性的混沌信号自适应去噪算法[J].电子学报,2015,43(5):901-906.
ZHANG Qiang, XING Hong-yan. Adaptive denoising algorithm based on the variance characteristics of EMD[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(5):901-906. (in Chinese)
- [14] 李国正,张波.基于 Duffing 振子检测频率未知微弱信号的新方法[J].仪器仪表学报,2017,38(1):181-189.
LI Guo-zheng, ZHANG Bo. Novel method for detecting

- weak signal with unknown frequency based on duffing oscillator [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(1):181-189. (in Chinese)
- [15] 李新杰,胡铁松,郭旭宁,等. 不同时间尺度的径流时间序列混沌特性分析[J]. 水利学报, 2013, 44(5):515-520.
LI Xin-jie, HU Tie-song, GUO Xu-ning, et al. Chaos analysis of runoff time series at different timescales [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(5):515-520. (in Chinese)
- [16] 赖志慧,冷永刚,孙建桥,等. 基于 Duffing 振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(5):60-68.
LAI Zhi-hui, LENG Yong-gang, SUN Jian-qiao, et al. Weak characteristic signal detection based on scale transformation of Duffing oscillator [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5):60-68. (in Chinese)
- [17] 曾喆昭,周勇,胡凯. 基于扩展型 Duffing 振子的局部放电信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2015, 64(7):144-150.
ZENG Zhe-zhao, ZHOU Yong, HU Kai. Study on partial discharge signals detection by extended Duffing oscillator [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(7):144-150. (in Chinese)
- [18] 赵文礼,范剑,吴敏,等. 微弱信号混沌检测的自跟踪扫频控制方法[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(2):250-255.
ZHAO Wen-li, FAN Jian, WU Min, et al. Self-tracing-frequency control in weak signal chaotic detection [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(2):250-255. (in Chinese)
- [19] 蔡云龙,吕琛. 基于混沌理论的滚动轴承早期故障检测[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2009, 37(S1):187-189.
CAI Yun-long, LÜ Chen. Incipient fault detection of rolling bearing based on chaos theory [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2009, 37(S1):187-189. (in Chinese)



行鸿彦(通讯作者) 男,1962年生于山西. 1983年于太原理工大学获得学士学位,1990年于吉林大学获得硕士学位,2003年于西安交通大学获得博士学位,现为南京信息工程大学教授、博士生导师,主要研究方向为气象仪器设计与计量,信号检测与处理等.
E-mail: xinghy@nuist.edu.cn



吴慧 女,1995年生于江苏. 2017年于江苏理工学院获得学士学位,现为南京信息工程大学硕士研究生,主要研究方向为仪器仪表技术、信号检测与处理.
E-mail: 1627986719@qq.com